

Solutions

Exo 1: 1- A l'équilibre on a:

$\sum \vec{F} = \vec{0}$. Pour des forces concourantes, ce qui est vraie pour les 3 cas (a), (b) et (c).

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \sum F_y = 0 \text{ et } \sum F_x = 0$$

Pour avoir F_N , il faut utiliser $\sum F_y = 0$

a/ $F_N + F \sin 30^\circ - F_w = 0$

$$F_N + 200 \sin 30^\circ - 500 = 0 \Rightarrow F_N = 400 \text{ N}$$

b/ $F_N - F \sin 30^\circ - F_w = 0$

$$F_N - 200 \sin 30^\circ - 150 = 0 \Rightarrow F_N = 250 \text{ N}$$

c/ $F_N - F_w \cos \theta = 0$

$$F_N - 200 \cos \theta = 0 \Rightarrow F_N = (200 \cos \theta) \text{ N}$$

2- Pour trouver la force de frottement F_f il faut utiliser l'équation $\sum F_x = 0$

a/ $F \cos 30^\circ - F_f = 0 \Rightarrow 200 \cos 30^\circ - F_f = 0 \Rightarrow F_f = 173 \text{ N}$

Donc $\mu = F_f / F_N = 173 / 400 = 0,43$

b/ $F \cos 30^\circ - F_f = 0 \Rightarrow 200 \cos 30^\circ - F_f = 0 \Rightarrow F_f = 173 \text{ N}$

Donc $\mu = F_f / F_N = 173 / 250 = 0,69$

c/ $-F_w \sin \theta + F_f = 0 \Rightarrow F_f = 200 \sin \theta$. Donc $\mu = F_f / F_N$
 $= (200 \sin \theta) / (200 \cos \theta) = \tan \theta$

3- Pour $\theta = 42^\circ$, on a:

from GTU

January 2023

$$F_N = F_w \cos \theta \quad \text{et} \quad F_f = F_w \sin \theta$$

$$\text{et} \quad \mu = \frac{F_f}{F_N} = \frac{F_w \sin \theta}{F_w \cos \theta} = \tan \theta.$$

$$\Rightarrow \mu = \tan 42^\circ = 0,90.$$

Exercice 2.1:

~~Page 614~~
Solutions

2012-2013

Nous avons $|\vec{v}_i| = 20 \text{ m/s}$.

- Par rapport à l'axe des x on a le mouvement horizontal.

$$v_{ix} = (20 \text{ m/s}) \cos 40^\circ = 15,3 \text{ m/s}.$$

donc $v_{ix} = v_{gx} = v_x = 15,3 \text{ m/s}$.

suivant $\vec{ox}$: $x = v_x t \Rightarrow 50 \text{ m} = (15,3 \text{ m/s}) t$
 $\Rightarrow t = 3,27 \text{ s}.$

- Par rapport à $\vec{oy}$: on a le mouvement vertical, le mouvement est uniformément accéléré.

$$y = v_{iy} t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

En choisissant le sens positif vers le bas, on a.

~~$y = v_{iy} t + \frac{1}{2} a_y t^2$~~ et on $v_{iy} = (20 \text{ m/s}) \sin 40^\circ = 12,9 \text{ m/s}$

Donc $y = (-12,9 \text{ m/s})(3,27 \text{ s}) + \frac{1}{2}(9,81 \text{ m/s}^2)(3,27 \text{ s})^2$
 $= 105 \text{ m} = 0,105 \text{ km}.$

Exo 3:

1- Deux forces agissent sur m .

$\vec{T}$ et $\vec{P}$.

on a $\vec{P} + \vec{T} = m \vec{a}$ (2e loi de Newton)

on a: $\vec{om} = r \vec{U}_r$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{om}}{dt} = \vec{v} = \dot{r} \vec{U}_r + r \dot{\theta} \vec{U}_\theta$$

avec $r = l$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\vec{om}}{dt^2} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \ddot{r} \vec{U}_r + \dot{r} \dot{\theta} \vec{U}_\theta + r \ddot{\theta} \vec{U}_\theta + r \dot{\theta} (-\dot{\theta} \vec{U}_r) \\ &= \ddot{r} \vec{U}_r + r \ddot{\theta} \vec{U}_\theta - r \dot{\theta}^2 \vec{U}_r = \vec{a} \end{aligned}$$

en projetant sur $\vec{U}_r$

$$-T + mg \cos \theta = -m l \dot{\theta}^2$$

et sur $\vec{U}_\theta$

$$-mg \sin \theta = m l \ddot{\theta}$$

selon $\vec{U}_\theta$ on a l'équation

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

pour θ petit angle $\Rightarrow \sin \theta \approx \theta$

donc

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

$$\text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

2- Potent de l'energie:

de la conservation de l'énergie $\Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = 0$ on $E_m = E_c + E_p$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \text{ on } v = l \dot{\theta} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2$$

l'energie pot et en prenant pour reference la position $\theta = \frac{\pi}{2}$

$$E_p = -mgl \cos \theta \Rightarrow E_m = \frac{1}{2} m l^2 \dot{\theta}^2 - mgl \cos \theta$$

$$\text{tq } \frac{dE_m}{dt} = m l^2 \dot{\theta} \ddot{\theta} - mgl \sin \theta \dot{\theta} = 0 \Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0$$

