

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

OFFRE DE FORMATION MASTER ACADÉMIQUE

Etablissement	Faculté / Institut	Département

Domaine : Mathématiques Informatique

Filière : Mathématiques

Spécialité : Analyse Fonctionnelle et Applications

Le 02/09/2026

رئيس اللجنة البيداغوجية الوطنية
ليدال الرياضيات والإعلام الآلي
أ.د بابا حنيني محمد شوقي

Année universitaire : 2026- 2027

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

عرض تكوين ماستر

أكاديمي

2027/2026

المؤسسة	الكلية/المعهد	القسم

Le 02/09/2026

رئيس اللجنة البيداغوجية الوطنية
الميدان الرياضيات والإعلام الآلي
أ.د بابا حنيني محمد شوقي

الميدان :رياضيات و إعلام آلي

الشعبة :رياضيات

التخصص : تحليل دالي وتطبيقات

السنة الجامعية: 2027/2026

II – Fiche d'organisation semestrielle des enseignements

(Prière de présenter les fiches des 4 semestres)

1- Semestre 1 :

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coeff	Crédits	Mode d'évaluation	
	14 sem	C	TD	TP	Travail pers.			Continu	Examen
UE Fondamentales						9	18		
UEF11		9	4h30						
Analyse fonctionnelle 1	63h	3h	1h30		87h	3	6	40%	60%
Distributions et Analyse de Fourier 1	63h	3h	1h30		87h	3	6	40%	60%
Théorie du point fixe et applications	63h	3h	1h30		87h	3	6	40%	60%
UE Méthodologique						5	9		
UEM11		4h30	3h						
Problèmes d'évolution	63h	3h	1h30		62h	3	5	40%	60%
Optionnel X	42h	1h30	1h30		58h	2	4	40%	60%
UE Découverte						2	2		
UED11		1h30	1h30						
Modélisation mathématique	42h	1h30	1h30		8h	2	2	40%	60%
UE Transversale						1	1		
UET11		1h30							
Choisir parmi : Entrepreneuriat et Ateliers de créativité, Éthique de l'intelligence artificielle	21h	1h30			4h	1	1		100%
Total Semestre 1	357h	16h30	9h		393	17	30		

Le module optionnel X à choisir parmi : Analyse numérique matricielle, Analyse convexe, Analyse p-adique, Équations différentielles ordinaires

2- Semestre 2 :

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coeff	Crédits	Mode d'évaluation	
	14 sem	C	TD	TP	Travail pers.			Continu	Examen
UE Fondamentales						9	18		
UEF21		9h	4h30						
Analyse fonctionnelle 2	63h	3h	1h30		87h	3	6	40%	60%
Distributions et Analyse de Fourier 2	63h	3h	1h30		87h	3	6	40%	60%
Théorie spectrale	63h	3h	1h30		87h	3	6	40%	60%
UE Méthodologique						5	9		
UEM21		4h30	3h						
Théorie du Contrôle	63h	3h	1h30		62h	3	5	40%	60%
Optionnel Y	42h	1h30	1h30		58h	2	4	40%	60%
UE Découverte						1	1		
UED21		1h30							
Outils de Simulation Numérique	21h	1h30			4h	1	1	40%	60%
UE Transversale						2	2		
UET21		1h30	1h30						
Lean Startup	42h00	1h30	1h30		8h00	2	2	80%	20%
Total Semestre 2	357h	16h30	9h	1h30	393	17	30		

Le module optionnel Y à choisir parmi : Calcul fractionnaire, Analyse multivoque, Introduction au calcul variationnel et applications, Théorie de l'approximation,

3- Semestre 3 :

Unité d'Enseignement	VHS	V.H hebdomadaire				Coeff	Crédits	Mode d'évaluation	
	14 sem	C	TD	TP	Travail pers.			Continu	Examen
UE Fondamentales						9	18		
UEF31		9h	4h30						
Théorie des Semi-groupes et Applications	63h	3h	1h30		87h	3	6	40%	60%
Opérateurs non bornés	63h	3h	1h30		87h	3	6	40%	60%
Théorie des Opérateurs Différentiels	63h	3h	1h30		87h	3	6	40%	60%
UE Méthodologique						5	9		
UEM31		4h30	3h						
Méthodes Numériques pour EDP non linéaires	63h	3h	1h30		62h	3	5	40%	60%
Optionnel Z	42h	1h30	1h30		58h	2	4	40%	60%
UE Découverte						2	2		
UED31		1h30	1h30						
Séminaire de recherche scientifique	21h	1h30	1h30		8h	2	2	40%	60%
UE Transversale						1	1		
UET31		1h30							
Méthodologie et Rédaction scientifique	42h	1h30			4h	1	1	0%	100%
Total Semestre 3	357h	16h30	9h		393	17	30		

Le module optionnel Z à choisir parmi : Inéquations variationnelles, Systèmes dynamiques et contrôle, Inclusions différentielles, Introduction aux méthodes d'approximation variationnelles, Méthodes numériques pour EDO.

4- Semestre 4 :

4- Semestre 4 :

Domaine : Mathématiques informatique
Filière : Mathématiques
Spécialité : Analyse Fonctionnelle et applications

	VHS	Coeff	Crédits
UEF 4.1: PFE avec Mémoire	750h00	17	30
Stage dans l'entreprise			
Ateliers			
Travail Personnel			
Autres			
Total Semestre 4	750h00	17	30

5- Récapitulatif global de la formation : (indiquer le VH global séparé en cours, TD, pour les 04 semestres d'enseignement, pour les différents types d'UE)

VH	UE	UEF	UEM	UED	UET	Total
Cours		378h	189h	63h	63h	693h
TD		189h	126h	-	-	315h
TP		-	-	21h	-	21h
PFE avec Mémoire		750	-	-	-	750h
Stage dans l'entreprise		-	-	-	-	-
Ateliers		-	-	-	-	-
Travail Personnel		783h	360h	24h	12h	1179h
Autres		-	-	-	-	-
Total		2100h	675h	108h	75h	2958h
Crédits		84	27	6	3	120
% en crédits pour chaque UE		70	22.5	5	2,5	100,00

III - Programme détaillé par matière des semestres

(1 fiche détaillée par matière)

(Tous les champs sont à renseigner obligatoirement)

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 1

Unité d'enseignement : Fondamentale

Intitulé de la matière : Analyse fonctionnelle 1

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 6

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Introduire les structures fondamentales des espaces de dimension infinie (Banach et Hilbert) et maîtriser les grands théorèmes de l'analyse fonctionnelle qui constituent le socle de l'analyse moderne et de la théorie des EDP.

Connaissances préalables recommandées :

Topologie générale, théorie de l'intégration (Lebesgue), algèbre linéaire.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Espaces de Banach**
 1. Espaces vectoriels normés, complétude, exemples (ℓ^p , $C(K)$).
 2. Opérateurs linéaires continus, norme d'opérateur.
 3. Lemme de Baire et ses conséquences.
- **Chapitre 2 : Espaces de Hilbert**
 1. Produit scalaire, orthogonalité, théorème de projection sur un convexe fermé.
 2. Bases hilbertiennes (systèmes orthonormaux complets), inégalité de Bessel, identité de Parseval.
 3. Le théorème de Représentation de Riesz.
- **Chapitre 3 : Les théorèmes fondamentaux de l'analyse fonctionnelle**
 1. Le théorème de Hahn-Banach (formes analytique et géométrique).
 2. Le théorème de Banach-Steinhaus (principe de la borne uniforme).
 3. Le théorème de l'application ouverte et le théorème du graphe fermé.
 4. Le théorème du graphe fermé.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Springer, 2011.
- W. Rudin, *Functional Analysis*. McGraw-Hill, 1991.
- P. D. Lax, *Functional Analysis*. Wiley-Interscience, 2002.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 1

Unité d'enseignement : Fondamentale

Intitulé de la matière : Distributions et Analyse de Fourier 1

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 6

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Généraliser les notions de fonction et de dérivation. Maîtriser la transformée de Fourier comme outil de "diagonalisation" des opérateurs différentiels à coefficients constants et l'appliquer à la résolution d'EDP.

Connaissances préalables recommandées :

Analyse réelle, théorie de l'intégration, topologie.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Théorie des Distributions**
 1. Motivation (solutions faibles), espaces de fonctions-test $D(\Omega)$.
 2. Définition des distributions et opérations (dérivation, multiplication, convolution).
- **Chapitre 2 : Espace de Schwartz et Distributions Tempérées**
 1. L'espace de Schwartz $S(\mathbb{R}^n)$ et ses propriétés.
 2. Les distributions tempérées $S'(\mathbb{R}^n)$ comme cadre naturel pour la transformée de Fourier.
- **Chapitre 3 : Transformation de Fourier**
 1. Définition et propriétés sur $S(\mathbb{R}^n)$ et $S'(\mathbb{R}^n)$.
 2. Application à la résolution d'EDP : solution élémentaire du Laplacien, équation de Poisson sur $\mathbb{R}^n$.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- C. Gasquet, P. Witomski, *Analyse de Fourier et applications*. Dunod, 2015.
- G. B. Folland, *Fourier Analysis and Its Applications*. Wadsworth & Brooks/Cole, 1992.
- L. Schwartz, *Théorie des distributions*. Hermann, 1966.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 1

Unité d'enseignement : Fondamentale

Intitulé de la matière : Théorie du point fixe et applications

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 6

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Étudier les principaux théorèmes (métriques et topologiques) garantissant l'existence de points fixes, et les appliquer à la résolution d'équations différentielles, intégrales et algébriques.

Connaissances préalables recommandées :

Analyse fonctionnelle (en parallèle), topologie.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Théorèmes Métriques (Constructifs)**
 1. Le théorème du point fixe de Banach (principe de contraction).
 2. Applications : Théorème de Cauchy-Lipschitz pour les EDO, résolution d'équations intégrales.
- **Chapitre 2 : Théorèmes Topologiques (Non-Constructifs)**
 1. Le théorème du point fixe de Brouwer en dimension finie.
 2. Applications : Théorème de la valeur intermédiaire, existence de l'équilibre de Nash en théorie des jeux.
- **Chapitre 3 : Théorèmes en Dimension Infinie**
 1. Le théorème du point fixe de Schauder pour les applications continues sur un convexe compact.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- A. Granas, J. Dugundji, *Fixed Point Theory*. Springer, 2003.
- W. A. Kirk, B. Khamsi, *An Introduction to Metric Spaces and Fixed Point Theory*. Wiley, 2001.
- K. Deimling, *Nonlinear Functional Analysis*. Springer, 1985.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 1

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Problèmes d'évolution

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 5

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Introduire l'étude des EDP dépendant du temps (chaleur, ondes) par des méthodes classiques d'analyse de Fourier, en préparation aux méthodes plus abstraites des semestres suivants.

Connaissances préalables recommandées :

Analyse de Fourier, EDO.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Séries de Fourier**
 1. Développement en séries de Fourier sur un intervalle. Convergence (Dirichlet, Fejér). Formule de Parseval.
- **Chapitre 2 : Application à l'équation de la chaleur**
 1. Résolution de l'équation de la chaleur sur un segment avec conditions aux limites (Dirichlet, Neumann) par la méthode de séparation des variables.
- **Chapitre 3 : Application à l'équation des ondes**
 1. Résolution de l'équation des ondes 1D (corde vibrante) par la même méthode.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- W. A. Strauss, *Partial Differential Equations: An Introduction*. Wiley, 2nd Ed., 2007.
- L. C. Evans, *Partial Differential Equations*. AMS, 2nd Ed., 2010 (Chapitres 2 et 4).
- H. F. Weinberger, *A First Course in Partial Differential Equations: with Complex Variables and Transform Methods*. Dover, 1995.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 1

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel X : Analyse numérique matricielle

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Maîtriser les algorithmes fondamentaux de l'algèbre linéaire numérique pour la résolution de grands systèmes et le calcul de valeurs propres.

Contenu de la matière :

1. **Conditionnement et Stabilité :** Normes, conditionnement d'une matrice.
2. **Méthodes Directes :** Factorisations LU, Cholesky, QR.
3. **Méthodes Itératives :** Jacobi, Gauss-Seidel, SOR.
4. **Problèmes de Valeurs Propres :** Méthode de la puissance.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- L. N. Trefethen, D. Bau, III, *Numerical Linear Algebra*. SIAM, 1997.
- G. H. Golub, C. F. Van Loan, *Matrix Computations*. Johns Hopkins University Press, 2013.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 1

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel X : Analyse convexe

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Comprendre les propriétés des ensembles et des fonctions convexes, outils fondamentaux de l'optimisation moderne.

Contenu de la matière :

1. **Géométrie des ensembles convexes :** Enveloppe convexe, théorèmes de séparation.
2. **Fonctions convexes :** Épigraphe, semi-continuité inférieure, continuité.
3. **Sous-différentiel et dualité :** Définition, règle de Fermat, conjugaison de Fenchel-Moreau.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- J.-B. Hiriart-Urruty, C. Lemaréchal, *Convex Analysis and Minimization Algorithms I*. Springer, 1993.
- R. T. Rockafellar, *Convex Analysis*. Princeton University Press, 1970.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 1

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel X : Analyse p-adique

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Construire le corps des nombres p-adiques et étudier les bases de l'analyse sur ce corps (continuité, différentiabilité).

Contenu de la matière :

1. **Construction du corps $\mathbb{Q}_p$** des nombres p-adiques.
2. **Topologie non archimédienne :** Propriétés de l'espace ultramétrique $\mathbb{Q}_p$.
3. **Analyse sur $\mathbb{Q}_p$:** Continuité, différentiabilité. Lemme de Hensel.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- J.-P. Serre, *A Course in Arithmetic*. Springer.
- N. Koblitz, *p-adic Numbers, p-adic Analysis, and Zeta-Functions*. Springer, 1984.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 1

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel X : Équations différentielles ordinaires

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Approfondir la théorie qualitative des EDO : existence, unicité, dépendance par rapport aux données, et stabilité.

Contenu de la matière :

1. **Théorèmes d'existence et d'unicité :** Cauchy-Lipschitz, Peano.
2. **Dépendance par rapport aux données :** Lemme de Gronwall.
3. **Systèmes différentiels linéaires et Stabilité de Lyapunov.**

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- V. I. Arnold, *Équations différentielles ordinaires*. Mir/Springer.
- M. W. Hirsch, S. Smale, R. L. Devaney, *Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos*. Academic Press, 2013.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 1

Unité d'enseignement : Découverte

Intitulé de la matière : Modélisation mathématique

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 2

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Apprendre le processus de traduction d'un problème concret en un modèle mathématique, analyser qualitativement le modèle et interpréter les résultats.

Contenu de la matière :

1. **Principes de la modélisation :** Étapes, simplification, hypothèses.
2. **Outils de modélisation :** Modèles discrets (suites), modèles continus (EDO).
3. **Étude de cas :** Dynamique des populations (Lotka-Volterra), physique (pendule), épidémiologie (SIR).
4. **Analyse du modèle :** Points d'équilibre, stabilité.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- M. Braun, *Differential Equations and Their Applications*. Springer, 1993.
- N. Bacaër, *Histoires de mathématiques et de populations*. Cassini, 2009.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 1

Unité d'enseignement : Transversale

Intitulé de la matière : Choisir parmi : Entrepreneuriat ou Éthique de l'IA

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30

Crédits : 1

Coefficients : 1

Objectifs de l'enseignement :

Développer des compétences transversales : soit un état d'esprit entrepreneurial, soit un regard critique sur les enjeux éthiques des algorithmes.

Contenu (Option Entrepreneuriat) :

De l'idée au projet, Business Model Canvas, étude de marché, le Pitch.

Contenu (Option Éthique de l'IA) :

Biais et Équité (Fairness), Transparence et Explicabilité (XAI), Responsabilité.

Mode d'évaluation : Examen (100%)

Références :

- A. Osterwalder & Y. Pigneur, *Business Model Generation*. Pearson, 2011.
- C. O'Neil, *Weapons of Math Destruction*. Crown, 2016.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 2

Unité d'enseignement : Fondamentale

Intitulé de la matière : Analyse fonctionnelle 2

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 6

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Approfondir la théorie des espaces de Banach en introduisant la dualité et les topologies faibles, outils essentiels en calcul des variations et théorie des EDP non linéaires.

Connaissances préalables recommandées : Analyse Fonctionnelle 1.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Dualité Topologique :** Espace dual E' , bidual E'' , injection canonique, opérateur adjoint.
- **Chapitre 2 : Topologies Faibles :** Définition des topologies faible $\sigma(E, E')$ et faible-* $\sigma(E', E)$, convergence forte, convergence faible convergence faible-étoile.
- **Chapitre 3 : Compacité Faible :** Théorème de Banach-Alaoglu, espaces réflexifs.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- H. Brezis, *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Springer, 2011.
- W. Rudin, *Functional Analysis*. McGraw-Hill, 1991.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 2

Unité d'enseignement : Fondamentale

Intitulé de la matière : Distributions et Analyse de Fourier 2

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 6

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Appliquer la théorie des distributions à la construction des espaces de Sobolev, cadre fonctionnel naturel pour l'étude des solutions faibles des EDP, et maîtriser leurs propriétés fondamentales.

Connaissances préalables recommandées : Analyse Fonctionnelle 1, Distributions 1.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Construction des Espaces de Sobolev $W^{k,p}(\Omega)$.**
- **Chapitre 2 : Propriétés de Densité et d'Extension.**
- **Chapitre 3 : Théorèmes d'Injection de Sobolev et de Compacité de Rellich-Kondrachov.**
- **Chapitre 4 : Théorème de Trace.**

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- R. A. Adams, J. J. F. Fournier, *Sobolev Spaces*. Academic Press, 2003.
- L. C. Evans, *Partial Differential Equations*. AMS, 2010 (Chapitre 5).

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 2

Unité d'enseignement : Fondamentale

Intitulé de la matière : Théorie spectrale

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 6

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Généraliser la notion de valeurs propres aux opérateurs sur les espaces de dimension infinie, en se concentrant sur les opérateurs compacts et auto-adjoints.

Connaissances préalables recommandées : Analyse fonctionnelle 1.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Spectre des opérateurs bornés :** Spectre ponctuel, continu, résiduel.
- **Chapitre 2 : Opérateurs compacts :** Théorie de Riesz-Schauder et Alternative de Fredholm.
- **Chapitre 3 : Opérateurs auto-adjoints sur un espace de Hilbert.**
- **Chapitre 4 : Le Théorème Spectral pour les opérateurs compacts auto-adjoints.**

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- M. Reed, B. Simon, *Methods of Modern Mathematical Physics, Vol. 1: Functional Analysis*. Academic Press, 1980.
- J. Weidmann, *Linear Operators in Hilbert Spaces*. Springer, 1980.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 2

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Théorie du Contrôle

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 5

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Maîtriser les concepts de contrôlabilité, d'observabilité et de stabilisation pour les systèmes dynamiques linéaires.

Connaissances préalables recommandées : EDO, algèbre linéaire.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Représentation d'état des systèmes linéaires.**
- **Chapitre 2 : Contrôlabilité et observabilité :** Critères de rang de Kalman.
- **Chapitre 3 : Stabilité de Lyapunov.**
- **Chapitre 4 : Stabilisation par retour d'état :** Théorème de placement des pôles.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- E. D. Sontag, *Mathematical Control Theory*. Springer, 1998.
- J. P. Hespanha, *Linear Systems Theory*. Princeton University Press, 2009.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 2

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel Y : Calcul fractionnaire

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Introduire la généralisation des opérateurs de dérivation à des ordres non entiers et étudier les équations différentielles fractionnaires.

Contenu de la matière :

1. Définitions et propriétés : Riemann-Liouville, Caputo.
2. Transformations de Laplace et de Fourier.
3. Équations différentielles fractionnaires, fonction de Mittag-Leffler.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*. Academic Press, 1998.
- A. A. Kilbas, H. M. Srivastava, J. J. Trujillo, *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*. Elsevier, 2006.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 2

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel Y : Analyse multivoque

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Étendre les concepts de l'analyse aux " multivoque " et maîtriser les théorèmes de sélection et de point fixe.

Contenu de la matière :

1. Topologie des ensembles : distance de Hausdorff.
2. Continuité des applications multivoques.
3. Théorèmes de sélection de Michael.
4. Théorème du point fixe de Kakutani.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- J.-P. Aubin, H. Frankowska, *Set-Valued Analysis*. Birkhäuser, 2009.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 2

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel Y : Introduction au calcul variationnel et applications

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Étudier les problèmes de minimisation de fonctionnelles et maîtriser la méthode directe du calcul des variations pour prouver l'existence de minimiseurs.

Contenu de la matière :

1. Le cadre classique : Équation d'Euler-Lagrange.
2. La méthode directe du calcul des variations (compacité faible, semi-continuité inférieure).
3. Application à la résolution d'EDP elliptiques (Principe de Dirichlet).

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- B. Dacorogna, *Introduction to the Calculus of Variations*. Imperial College Press, 2014.
- L. C. Evans, *Partial Differential Equations*. AMS, 2010.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 2

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel Y : Théorie de l'approximation

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Étudier l'approximation de fonctions par des polynômes et comprendre le lien entre la régularité d'une fonction et son approximation.

Contenu de la matière :

1. Meilleure approximation dans les espaces normés.
2. Approximation polynomiale : Théorème de Weierstrass, théorème de Tchebychev.
3. Lien entre régularité et approximation : Théorèmes de Jackson et Bernstein.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- E. W. Cheney, *An Introduction to Approximation Theory*. McGraw-Hill/AMS.
- L. N. Trefethen, *Approximation Theory and Approximation Practice*. SIAM.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 2

Unité d'enseignement : Découverte

Intitulé de la matière : Choisir entre: Calcul scientifique ou Deep learning for approximation theory

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TP : 1h30

Crédits : 2

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Soit acquérir des compétences pratiques en implémentation d'algorithmes, soit explorer les liens entre réseaux de neurones et théorie de l'approximation.

Contenu (Calcul scientifique) :

Implémentation d'algorithmes d'algèbre linéaire numérique et de discrétisation d'EDP.

Contenu (Deep learning) :

Théorèmes d'approximation universelle, réseaux ReLU.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- I. Goodfellow, Y. Bengio, A. Courville, *Deep Learning*. MIT Press.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 2

Unité d'enseignement : Transversale

Intitulé de la matière : Outils de Simulation numériques

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30

Crédits : 1

Coefficients : 1

Objectifs de l'enseignement :

Acquérir une maîtrise pratique d'un logiciel de calcul scientifique (ex: FreeFEM++, COMSOL) pour résoudre des EDP.

Contenu de la matière :

1. Prise en main d'un environnement de simulation.
2. Workflow d'une simulation : Maillage, définition du problème, résolution, post-traitement.
3. Projet de simulation sur un problème concret.

Mode d'évaluation : Examen (100%)

Références :

- La documentation officielle du logiciel choisi.
- A. Quarteroni, *Modélisation Mathématique et Calcul Scientifique*. PPUR, 2012.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Fondamentale

Intitulé de la matière : Théorie des Semi-groupes et Applications

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 6

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Maîtriser le cadre mathématique rigoureux pour la résolution des problèmes d'évolution linéaires (EDP paraboliques et hyperboliques).

Connaissances préalables recommandées : Analyse Fonctionnelle, Théorie spectrale.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Le Problème de Cauchy Abstrait et les Co-Semigroups.**
- **Chapitre 2 : Les Théorèmes de Hille-Yosida et Lumer-Phillips.**
- **Chapitre 3 : Semi-groupes analytiques et application aux équations paraboliques.**
- **Chapitre 4 : Groupes unitaires et application aux équations conservatives (Théorème de Stone).**

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- A. Pazy, *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*. Springer, 1983.
- K.-J. Engel, R. Nagel, *A Short Course on Operator Semigroups*. Springer, 2006.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Fondamentale

Intitulé de la matière : Opérateurs non bornés

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 6

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Étendre les outils de l'analyse fonctionnelle au cas des opérateurs non bornés, qui est le cadre naturel des opérateurs différentiels.

Connaissances préalables recommandées : Analyse fonctionnelle, Théorie spectrale (S2).

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Fondements :** Domaine, graphe, opérateurs fermés et fermables.
- **Chapitre 2 : Opérateur Adjoint :** Adjoint d'un opérateur à domaine dense.
- **Chapitre 3 : Opérateurs symétriques et auto-adjoints :** Distinction cruciale, critères d'auto-adjonction.
- **Chapitre 4 : Théorie spectrale des opérateurs auto-adjoints non bornés.**

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- M. Reed, B. Simon, *Methods of Modern Mathematical Physics, Vol. 1 & 2*. Academic Press.
- T. Kato, *Perturbation Theory for Linear Operators*. Springer, 1995.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Fondamentale

Intitulé de la matière : Théorie des Opérateurs Différentiels

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 6

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Synthétiser les connaissances acquises pour mener une étude mathématique rigoureuse des équations aux dérivées partielles.

Connaissances préalables recommandées : Tous les modules d'analyse des semestres précédents.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Opérateurs elliptiques :** Formulation variationnelle (Lax-Milgram), théorie de la régularité.
- **Chapitre 2 : Analyse spectrale des opérateurs elliptiques :** Spectre du Laplacien, existence d'une base hilbertienne de vecteurs propres.
- **Chapitre 3 : Opérateurs d'évolution :** Application de la théorie des semi-groupes à la résolution rigoureuse des équations de la chaleur et des ondes.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- D. Gilbarg, N. S. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*. Springer, 2001.
- L. C. Evans, *Partial Differential Equations*. AMS, 2010.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Méthodes Numériques pour EDP non linéaires

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 3h, TD : 1h30

Crédits : 5

Coefficients : 3

Objectifs de l'enseignement :

Introduire les techniques numériques pour approximer les solutions d'EDP non linéaires.

Connaissances préalables recommandées : EDP, Analyse numérique de base.

Contenu de la matière :

- **Chapitre 1 : Méthodes de linéarisation :** Méthodes de point fixe, méthode de Newton-Raphson.
- **Chapitre 2 : Application aux problèmes stationnaires :** Discrétisation par éléments finis d'une EDP elliptique semi-linéaire.
- **Chapitre 3 : Application aux problèmes d'évolution :** Schémas temporels pour les équations non linéaires (explicites vs. implicites).

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- A. Quarteroni, A. Valli, *Numerical Approximation of Partial Differential Equations*. Springer, 2008.
- P. G. Ciarlet, *The Finite Element Method for Elliptic Problems*. SIAM, 2002.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel Z : Inéquations variationnelles

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Généraliser la formulation variationnelle au cas de problèmes avec contraintes unilatérales et maîtriser le théorème de Lions-Stampacchia.

Contenu de la matière :

1. Motivation : Problème de l'obstacle.
2. Formulation abstraite dans les espaces de Hilbert.
3. Théorème d'existence et d'unicité de Lions-Stampacchia.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- D. Kinderlehrer, G. Stampacchia, *An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications*. SIAM, 2000.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel Z : Systèmes dynamiques et contrôle

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Approfondir l'étude des systèmes non linéaires et introduire le contrôle optimal.

Contenu de la matière :

1. Stabilité des systèmes non linéaires : Fonctions de Lyapunov.
2. Introduction au contrôle non linéaire.
3. Calcul des variations et contrôle optimal : Principe du Maximum de Pontryagin (PMP).

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- D. Liberzon, *Calculus of Variations and Optimal Control Theory*. Princeton University Press, 2012.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel Z : Inclusions différentielles

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Étudier la dynamique des systèmes gouvernés par des équations différentielles multivoques $x'(t) \in F(x(t))$ et leurs applications au contrôle.

Contenu de la matière :

1. Cadre de l'analyse multivoque : rappels, théorèmes de sélection.
2. Théorèmes d'existence de solutions.
3. Applications à la théorie du contrôle.
4. Autres applications.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- J.-P. Aubin, H. Frankowska, *Set-Valued Analysis*. Birkhäuser, 2009.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel Z : Introduction aux méthodes d'approximation variationnelles

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Établir les fondements mathématiques rigoureux des méthodes de Galerkin, en particulier la méthode des éléments finis, pour l'approximation des solutions d'EDP.

Contenu de la matière :

1. Le problème variationnel abstrait et le théorème de Lax-Milgram.
2. La méthode de Galerkin et le lemme de Cea.
3. La méthode des éléments finis : construction des espaces et analyse de l'erreur.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- P. G. Ciarlet, *The Finite Element Method for Elliptic Problems*. SIAM, 2002.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Méthodologique

Intitulé de la matière : Optionnel Z : Méthodes numériques pour EDO

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TD : 1h30

Crédits : 4

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Analyser les méthodes numériques avancées pour les EDO, en particulier pour les problèmes raides.

Contenu de la matière :

1. Théorie des méthodes de Runge-Kutta.
2. Stabilité : Régions de stabilité, A-stabilité, problèmes raides.
3. Méthodes à pas multiples (Adams, BDF).

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- E. Hairer, S. P. Nørsett, G. Wanner, *Solving Ordinary Differential Equations I & II*. Springer.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Découverte

Intitulé de la matière : Séminaire de recherche scientifique

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30, TP : 1h30

Crédits : 2

Coefficients : 2

Objectifs de l'enseignement :

Immerger les étudiants dans la culture de la recherche, développer leur capacité à synthétiser et présenter des sujets avancés.

Contenu de la matière :

1. Lecture d'articles de recherche ou de chapitres de monographies.
2. Préparation et réalisation de présentations orales.
3. Participation active aux discussions scientifiques.

Mode d'évaluation : Examen final (60%), Contrôle Continu (40%)

Références :

- Articles de recherche récents dans les journaux spécialisés.

Intitulé du Master : Analyse fonctionnelle et applications

Semestre : 3

Unité d'enseignement : Transversale

Intitulé de la matière : Méthodologie et Rédaction scientifique

Volume Horaire Hebdomadaire : Cours : 1h30

Crédits : 1

Coefficients : 1

Objectifs de l'enseignement :

Acquérir les compétences pratiques pour la rédaction d'un mémoire de Master et la communication scientifique.

Contenu de la matière :

1. Recherche bibliographique (MathSciNet, arXiv).
2. Structure d'un document scientifique.
3. Maîtrise de LaTeX et BibTeX.
4. Éthique et présentation orale.

Mode d'évaluation : Examen (100%)

Références :

- N. J. Higham, *Handbook of Writing for the Mathematical Sciences*. SIAM, 3rd Ed., 2019.
- M. Goossens, F. Mittelbach, A. Samarin, *The LaTeX Companion*. Addison-Wesley, 2nd Ed., 2004.

Avis et Visas des organes Administratifs et Consultatifs

Intitulé du Master : Mathématiques de l'intelligence artificielle

Chef de département + Responsable de l'équipe de domaine	
Date et visa	Date et visa
Doyen de la faculté (ou Directeur d'institut)	
Date et visa :	
Chef d'établissement universitaire	
Date et visa	

VII – Avis et Visa de la Conférence Régionale
(Uniquement dans la version définitive transmise au MESRS)

Avis et Visa du Comité pédagogique National de Domaine
(Uniquement dans la version définitive transmise au MESRS)